**Билет №9**

**Задача о рюкзаке: постановка классической задачи, решение методом динамического программирования, оценка времени работы.**

**Задача**: дано k предметов, i-й предмет имеет массу wi > 0 и стоимость pi > 0 (все числа целые). Необходимо выбрать из этих предметов такой набор, чтобы суммарная масса не превосходила заданной величины W (вместимость рюкзака), а суммарная стоимость была максимальна. Другими словами, нужно определить набор бинарных величин (b1, b2,..., bk), такой, что b1w1 + b2w2 +...+ bkwk <= W а величина b1p1 + b2p2 +...+ bkpk - максимальная. Величина bi равна 1, если i-й предмет включается в набор, и равна 0 в противном случае.

**Решение методом динамического программирования:**

1) Давайте введем следующую функцию. Пусть A(s, n) есть максимальная стоимости предметов, которые можно уложить в рюкзак максимальной вместимости n, если можно использовать только первые s предметов из заданных k.

2) Краевые значения:

A(0; n) = 0 (ни один предмет нельзя брать, поэтому максимальная стоимость равна 0)

A(s; 0) = 0 (можно брать любые из первых s предметов, но вместимость рюкзака равна 0)

3) Теперь составим рекуррентное соотношение в общем случае. Необходимо из предметов с номерами 1, ..., s составить рюкзак максимальной стоимости, чей вес не превышает n. При этом возможно два случая: когда в максимальный рюкзак включен предмет с номером s и когда предмет s не попал в максимальный рюкзак.

4) Формула перехода: Если предмет s не попал в максимальный рюкзак массы n, то максимальный рюкзак будет составлен только из предметов с номерами 1, ..., s - 1, следовательно, A(s, n) = A(s - 1, n). Если же в максимальный рюкзак включен предмет s, то масса оставшихся предметов не превышает n - ws, а от добавления предмета s общая стоимость рюкзака увеличивается на ps. Значит, .

5)Ответ: 

Пояснение, что там написано: составим матрицу размером [n+1][w+1], где n - кол-во предметов, а w-максимальный вес рюкзака. Тогда становится очевидно, что если брать 0 предметов, то унести мы можем только 0, поэтому ячейки вида [0][n] равны 0 так как их стоимость 0, аналогично с ячейками (s,0) так как вместимость рюкзака 0 и мы ничего не сможем унести, а после начинаем заполнять матрицу согласно формулам, которые были написаны выше(хоть что-то полезное есть в презах с семинаров), тогда потом нам нужно будет пробежаться по последней строке матрицы и найти там максимум, это и будет максимальная стоимость

**Асимптотика:** O(k\*w) – размеры матрицы

**Условие:** Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание

**Код:** <https://pastebin.com/tsFQyFTX>